DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **7** pages numérotées de la page **1 sur 7** à la page **7 sur 7**.

L'annexe page 7 sur 7 est à rendre avec la copie.

L'utilisation de la calculatrice avec mode examen actif est autorisée.

L'utilisation de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisée.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	20 points
Exercice 2	17 points
Exercice 3	22 points
Exercice 4	18 points
Exercice 5	23 points

Indications portant sur <u>l'ensemble du sujet.</u> ***Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.*** ***Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.***

<u>Exercice 1</u> ***(20 points)***

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

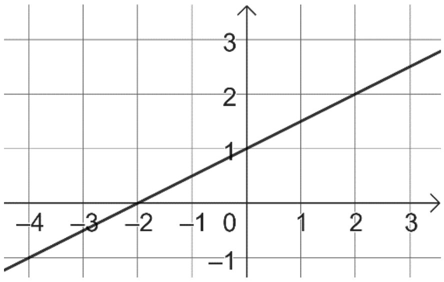
Pour chaque question, quatre affirmations sont proposées. **Une seule affirmation est exacte.**

Sur la copie, écrire le numéro de la question et l'affirmation choisie. Aucune justification n'est attendue.

1. ABC est un triangle tel que $AB = 20$ cm, $BC = 21$ cm et $AC = 29$ cm. On peut affirmer que :

ABC est un triangle rectangle en A	ABC est un triangle rectangle en B	ABC est un triangle rectangle en C	ABC n'est pas un triangle rectangle

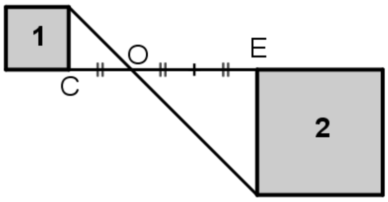
2. Voici la représentation graphique d'une fonction f.



La fonction f est définie par :

$f(x) = 2x - 2$	$f(x) = 2x + 1$	$f(x) = \dfrac{x}{2} - 2$	$f(x) = \dfrac{x}{2} + 1$

3. Sur la figure ci-contre, le carré n°2 est l'image du carré n°1 par :



la symétrie centrale de centre O	la translation qui transforme C en E	l'homothétie de centre O et de rapport 2	l'homothétie de centre O et de rapport −2

4. Le cocktail Bora-Bora est composé de jus d'ananas, de jus de fruit de la passion et de jus de citron dans le ratio de 10 : 6 : 2. Pour réaliser 90 cL de ce cocktail, il faut prévoir exactement :

6 cL de jus de fruit de la passion	30 cL de jus de fruit de la passion	54 cL de jus de fruit de la passion	45 cL de jus de fruit de la passion

5. Un maraîcher a cueilli 408 pommes et 168 poires. Il décide de remplir des sacs pour ses clients comportant chacun le même nombre de pommes et le même nombre de poires, en utilisant tous les fruits cueillis. Le plus grand nombre de sacs qu'il peut ainsi remplir est :

48 sacs	24 sacs	8 sacs	6 sacs

Exercice 2 ***(17 points)***

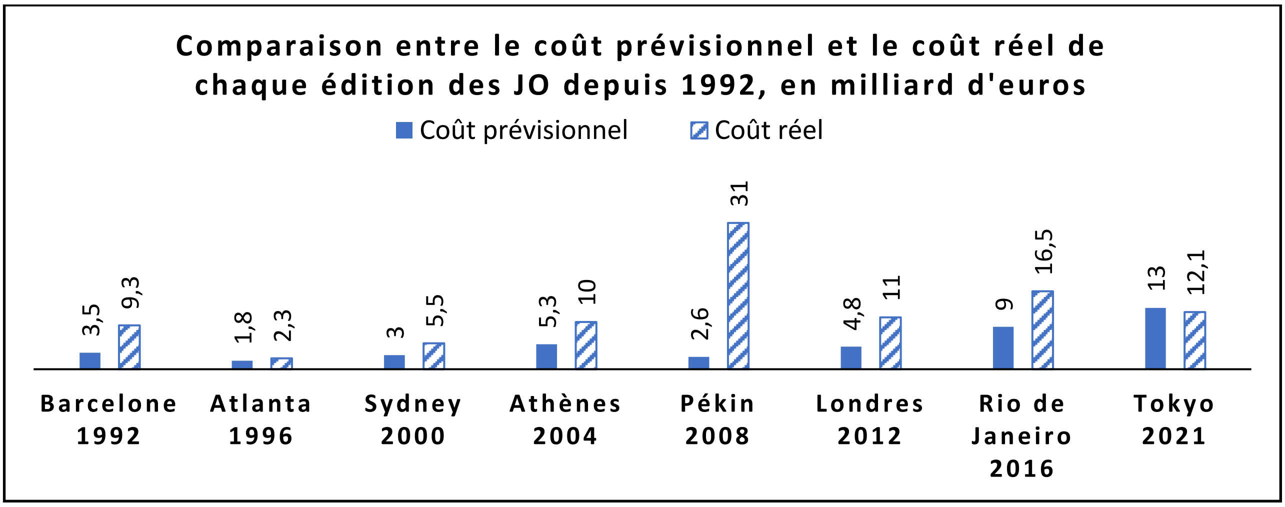
Les jeux Olympiques (JO) d'été ont généralement lieu tous les 4 ans.

Dans cet exercice, on s'intéresse aux coûts d'organisation des dernières éditions des JO d'été. On rappelle que le coût est l'ensemble des dépenses entraînées par l'organisation des JO.

On précise que :

- le **coût prévisionnel** désigne les dépenses prévues par les organisateurs avant l'édition des JO ;
- le **coût réel** désigne les dépenses réelles qui ont été nécessaires pour l'organisation des JO.

Le graphique ci-dessous compare ces deux coûts pour les dernières éditions des JO d'été.



La crise sanitaire de la Covid-19 a décalé à 2021 les Jeux Olympiques de Tokyo prévus en 2020.

Sources : https://www.lemonde.fr/les-decodeurs/article/2017/09/14/les-jeux-olympiques-un-budget-difficile-a-maitriser_5185650_4355770.html

https://www.lesechos.fr/industrie-services/services-conseils/jo-de-tokyo-le-gouvernement-japonais-epingle-par-la-cour-des-comptes-1891421

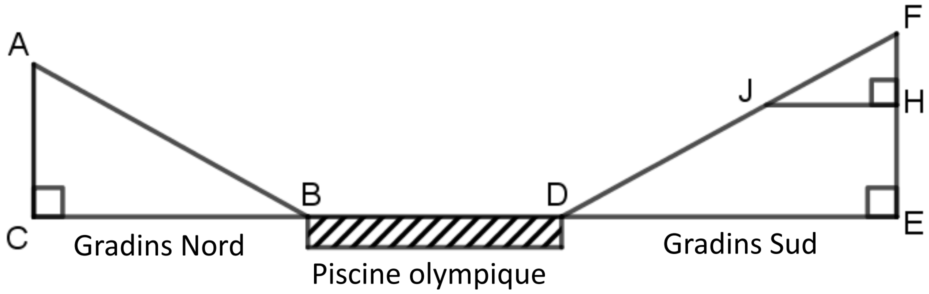
1. Entre 1992 et 2021, combien d'éditions ont eu un coût réel supérieur ou égal à 10 milliards d'euros ?
2. Calculer le pourcentage d'augmentation entre le coût prévisionnel et le coût réel lors de l'édition des JO de Rio de Janeiro 2016, arrondi à l'unité.
3. Montrer que le coût réel moyen entre 1992 et 2021 est 12,2 milliards d'euros, arrondi au dixième de milliard.
4. **Questions de journalistes**
   a. Un journaliste mentionne que le coût réel moyen des JO sur la période 1992 à 2021 est de 12,2 milliards d'euros. Il poursuit en affirmant : « Cela signifie que la moitié des éditions entre 1992 et 2021 ont un coût réel supérieur à 12,2 milliards d'euros. »
   Que penser de cette affirmation ?
   b. Le coût prévisionnel moyen entre 1992 et 2024 est de l'ordre de 5,5 milliards d'euros. Une journaliste cherche à connaître le coût prévisionnel des JO de Paris 2024 pour préparer son intervention télévisée.
   Calculer le coût prévisionnel des JO de Paris 2024 qu'elle devrait annoncer.

<u>Exercice 3</u> ***(22 points)***

La construction du Centre Aquatique Olympique de Saint-Denis a débuté en 2021 pour accueillir les épreuves de natation artistique des jeux Olympiques de Paris 2024.

Alyssa et Jules visitent le Centre Aquatique Olympique et s'installent dans les gradins.

On a schématisé leurs positions par rapport à la piscine olympique sur la figure ci-dessous, qui modélise la situation : Alyssa est installée dans les gradins Nord au point A et Jules est assis dans les gradins Sud au point J. La figure n'est pas à l'échelle.

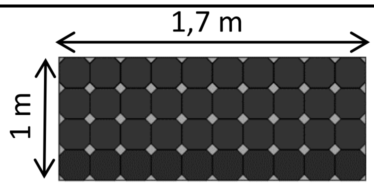


On donne : AC = FJ = 15 m ; BC = 27 m ; FH = 7 m ; EF = 18 m. Les points F, J et D sont alignés. Les points F, H, et E sont alignés. Les points C, B, D, E sont alignés.

1. Jules et Alyssa discutent entre eux pour savoir qui est le mieux placé pour assister à l'événement.
   a. Calculer la distance entre Alyssa et le bord de la piscine, c'est-à-dire calculer la longueur AB. Arrondir le résultat au mètre près.
   b. Vérifier que la distance entre Jules et le bord de la piscine, c'est-à-dire la longueur JD, est de 24 m, arrondie au mètre près.
   c. En déduire lequel des deux amis est le plus proche d'un bord de la piscine.

2. Pour respecter les normes de sécurité, l'angle d'inclinaison $\widehat{ABC}$ des gradins Nord ne doit pas dépasser 35°. Les gradins Nord respectent-ils cette norme ?

3. Le toit du Centre Aquatique Olympique a une surface de 5 000 m^2.
   On estime que 4 678,4 m^2 de ce toit est recouvert de panneaux photovoltaïques. Voici les caractéristiques d'un panneau photovoltaïque standard fournies par le constructeur :



Dimensions : 1 m de large et 1,7 m de long

Énergie produite : environ 350 kWh par an

   Montrer que la quantité annuelle d'énergie produite par l'ensemble des panneaux photovoltaïques du toit du Centre Aquatique Olympique est de 963 200 kilowattheures (kWh).

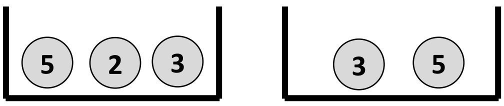
4. La température règlementaire de l'eau contenue dans la piscine lors des jeux Olympiques doit être comprise entre 25° et 28°. Pour respecter cette réglementation, on souhaite que l'eau contenue dans la piscine olympique de Saint-Denis soit à une température de 26°. On admet que l'eau contenue dans cette piscine occupe un pavé droit dont les dimensions sont :
   - Longueur : 50 m
   - Largeur : 25 m
   - Profondeur : 3 m

   On suppose qu'avant la première mise en chauffe de la piscine olympique, l'eau est à 18°.
   On estime qu'il faut environ 9,3 kWh pour chauffer 1 m^3 d'eau de 18° jusqu'à 26°.
   Quelle quantité d'énergie, en kWh, sera nécessaire pour chauffer toute l'eau de la piscine olympique jusqu'à 26° ?

<u>Exercice 4</u> ***(18 points)***

On dispose de deux boîtes contenant des boules numérotées, indiscernables au toucher.

La première boîte contient trois boules numérotées 2, 3 et 5.
La deuxième boîte contient deux boules numérotées 3 et 5.



On tire au hasard une boule dans la première boîte puis une boule dans la deuxième boîte.
On s'intéresse au produit des nombres inscrits sur ces deux boules.
Par exemple, si on tire la boule numérotée 2 dans la première boîte puis la boule numérotée 5 dans la deuxième boîte, on obtient comme résultat : $2 \times 5 = 10$.

1. Compléter sur l'ANNEXE, **à rendre avec la copie**, le tableau à double entrée afin de faire apparaître tous les résultats possibles de cette expérience.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir 15 comme résultat ?
3. L'affirmation suivante est-elle vraie ?
   Affirmation : Il y a 2 chances sur 3 d'obtenir un multiple de 3.
4. On ajoute une troisième boîte contenant deux boules numérotées avec des nombres entiers. On tire au hasard une boule dans la première boîte, puis une boule dans la deuxième boîte, puis une boule dans la troisième boîte.
   On multiplie les nombres inscrits sur ces boules et on s'intéresse au produit de ces trois nombres.
   Anissa a obtenu comme résultat 165 et Bilel a obtenu 78.
   Quels sont les nombres inscrits sur les boules de la troisième boîte ?

<u>Exercice 5</u> ***(23 points)***

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes.

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = (x+2)^2 - x$ et $g(x) = 7x + 4$.

Partie A

1. Calculer $f(-4)$.
2. Déterminer un antécédent de 3 par la fonction g.

Partie B

Trois élèves, Paul, Jane et Morgane, cherchent à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ par trois méthodes différentes.

1. Paul utilise un tableur.

   Il calcule ainsi les images des entiers compris entre -3 et 3 par les fonctions f et g.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	f(x)	4	2	2	4	8	14	22
3	g(x)	-17	-10	-3	4	11	18	25

   a. Quelle formule a-t-il saisie en cellule B3 puis étirée vers la droite pour compléter la ligne 3 du tableau ?

   b. Avec cette méthode, quelle(s) solution(s) trouve-t-il à l'équation $f(x) = g(x)$?

2. Jane utilise un logiciel de programmation.

   Le programme qu'elle a créé permet de tester l'égalité $f(x) = g(x)$ pour une valeur de x choisie par l'utilisateur. Ce programme se trouve en ANNEXE.

   Elle décide de tester toutes les valeurs entières entre -5 et 3.

   a. Compléter sur l'ANNEXE, **à rendre avec la copie**, la ligne 4 du programme de Jane afin d'obtenir l'image par la fonction g du nombre choisi.

   b. Quelle réponse donne le programme si le nombre choisi est 0 ?

   c. En déduire une solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

3. Morgane décide de résoudre cette équation par le calcul.

   a. Démontrer que l'équation $f(x) = g(x)$ peut se ramener à l'équation $x^2 - 4x = 0$.

   b. Factoriser l'expression $x^2 - 4x$.

   c. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

4. Dire pour chaque élève s'il a résolu l'équation $f(x) = g(x)$. Expliquer pourquoi.

ANNEXE

(à rendre avec la copie)

Exercice 4, question 1.

2$^{\text{è}}$ tirage / 1$^{\text{er}}$ tirage	3	5
5		
2		10
3		

$2 \times 5 = 10$

Exercice 5, question 2. a.