SESSION 2024
Antilles - Guyane - Polynésie

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE
G5 MATHÉMATIQUES / TIM

Série : STAV

Durée : 120 minutes

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte 7 pages

L'annexe A est à rendre avec la copie après avoir été numérotée

---

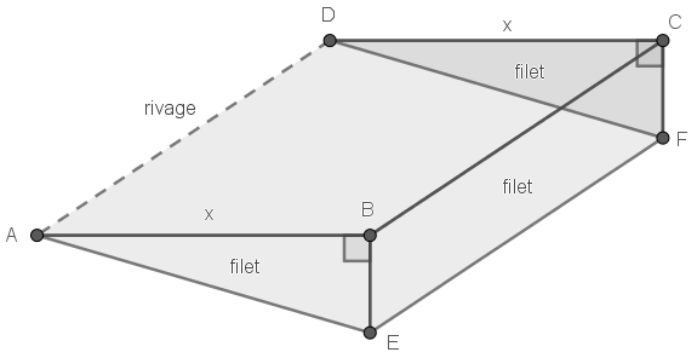
SUJET

Tous les exercices ont pour thème l'étude des crevettes.
Toutefois, les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

EXERCICE 1 (5 points)

Pour étudier l'évolution d'une population de crevettes, on construit un piège le long d'un rivage à l'aide d'un filet très fin de longueur 60 m.
On plie ce filet pour empêcher les crevettes de s'échapper du piège par la mer et on ne ferme pas le piège le long du rivage car les crevettes ne marchent pas sur le sable à l'air libre.

ABCD est un rectangle.
ABE et DCF sont des triangles rectangles respectivement en B et C.
ABEDCF est un prisme droit de base ABE.



Soit x la longueur du côté [AB] en mètres.
Le filet, de longueur 60 m, est tendu le long de chacun des trois côtés [AB], [BC] et [CD] et tel que AB + BC + CD = 60. Il n'y a pas de filet le long du rivage.
La pente de la plage est telle que BE = $0{,}15x$.

L'objectif de l'exercice est de déterminer la valeur de x donnant le piège de plus grand volume.

Partie A : Modélisation

1. Justifier que la longueur BC est égale à $60 - 2x$.
2. Montrer que x appartient à l'intervalle $[0; 30]$.
3. Démontrer que le volume du prisme ABEDCF est $4{,}5x^2 - 0{,}15x^3$.

   Indication : Le volume du prisme ABEDCF est $\frac{\text{AB}\times\text{BC}\times\text{BE}}{2}$.

Partie B : Étude de la fonction

Soit f la fonction définie sur $[0; 30]$ par $f(x) = 4{,}5x^2 - 0{,}15x^3$.

1. On note f' la fonction dérivée de f. Vérifier que $f'(x) = 9x(1 - 0{,}05x)$.
2. Justifier que $f'(x)$ est du signe de $(1 - 0{,}05x)$ sur l'intervalle $[0\,;30]$.
3. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;30]$.
4. En déduire le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0\,;30]$. On y fera apparaître les valeurs extrêmes.

Partie C : Résolution du problème

Déduire des parties A et B la valeur de la longueur AB donnant le piège de plus grand volume et indiquer la valeur de ce volume. On précisera dans quelles unités s'expriment ces deux valeurs.

EXERCICE 2 (4 points)

Dans tout l'exercice, les valeurs seront arrondies à 10^{-2} près.

On utilise le piège de l'exercice précédent durant cinq ans et chaque année on mesure la masse de crevettes piégées en kilogrammes. On note T le temps écoulé depuis 2019 en années. Les résultats sont donnés ci-dessous.

T : temps écoulé depuis 2019 en années	0	1	2	3	4
M : Masse de crevettes piégées en kg	5	9,1	16,6	30,1	54,8

1. Sur l'**Annexe A**, on a représenté le nuage de points de la série statistique.
   a. Indiquer le type d'évolution que suit la masse de crevettes.
   b. Justifier de la pertinence ou non d'un ajustement affine.
2. On pose $\mathrm{Z} = \log(\mathrm{M})$. Compléter le tableau de valeurs de l'**Annexe A** (à compléter et à rendre avec la copie après avoir été numérotée).
3. Donner une équation de la droite d'ajustement de Z en T obtenue par la méthode des moindres carrés.
4. Déduire des questions 2 et 3 que l'on peut ajuster la série statistique, à l'aide de l'équation $\mathrm{M} = 5{,}01 \times 10^{0{,}26\mathrm{T}}$
5. Estimer, à l'aide de ce modèle, la masse des crevettes que l'on pièger a en 2027.

EXERCICE 3 (4 points)

Dans tout l'exercice, les valeurs seront arrondies à 10^{-2} près.

Lors de leur croissance, les crevettes muent et abandonnent leur ancienne carapace. Les carapaces se déposent sur le fond marin et se dégradent au fil du temps.

Partie A : Modélisation dans une zone vide

Une zone, anciennement occupée par un piège, est vidée de ses crevettes vivantes. Il n'y aura donc pas de nouvelles carapaces abandonnées dans cette zone. En 2019, on a mesuré dans cette zone une masse de 30 kg de carapaces.

On estime que, chaque année, les carapaces abandonnées perdent 20 % de leur masse.

On note u_n la masse restante des carapaces abandonnées en kg au bout de n années à partir de 2019.

1. Donner les valeurs de u_0 et de u_1.
2. Indiquer la nature de la suite et préciser sa raison.
3. Donner, en justifiant, le sens de variation de la suite.
4. Exprimer u_n en fonction de n et en déduire la masse restante de carapaces en 2029.

5. On cherche au bout de combien d'années il y aura moins de 500 g de carapaces abandonnées. Choisir le programme permettant de répondre à cette question.

# Programme 1	# Programme 2	# Programme 3	# Programme 4

n = 0
u = 30
while u <= 0.5:
  u = 0.8*u
  n = n+1
print(n)
	n = 0
	u = 30
	while u >= 0.5:
	  u = 0.8*u
	  n = n+1
	print(n)
		n = 0
		u = 30
		while u >= 0.5:
		  u = 0.8*u
		print(u)
			n = 0
			u = 30
			while u <= 0.5:
			  u = 0.8*u
			print(u)

<u>Partie B</u> : Modélisation dans un piège avec des crevettes dont on maîtrise le nombre

Dans un des pièges de l'exercice 1, on entretient une masse constante de crevettes en pêchant le surplus chaque année. Les crevettes restant dans le piège produisent 30 kg de carapaces par an.

On note s_n la masse totale des carapaces abandonnées durant n années depuis l'année 2019.

1. On admet que $s_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k$. Calculer s_{10} à 10^{-2} près.

On pourra utiliser si besoin l'une des propriétés suivantes :

- Si (u_n) est une suite arithmétique de raison r alors : $\sum_{k=0}^{k=n} u_k = \frac{(n+1)(2u_0 + nr)}{2}$.
- Si (u_n) est une suite géométrique de raison $q \neq 1$ alors : $\sum_{k=0}^{k=n} u_k = u_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

2. On donne le tableau de valeurs suivant :

n	15	20	25	30	35	40	45
s_n	145,78	148,62	149,55	149,85	149,95	149,98	149,99

Conjecturer l'évolution de la masse des carapaces abandonnées à long terme.

<u>EXERCICE 4</u> (4 points)

Certaines crevettes ont une couleur dorée et on se demande si le goût change avec cette couleur. Pour vérifier ceci, on cherche à en capturer.

Le littoral est peuplé d'un très grand nombre de crevettes et on considère que la prise d'un échantillon peut être assimilé à un tirage avec remise et que les choix des individus sont indépendants.

La probabilité d'apparition du caractère doré est de 0,2 %.

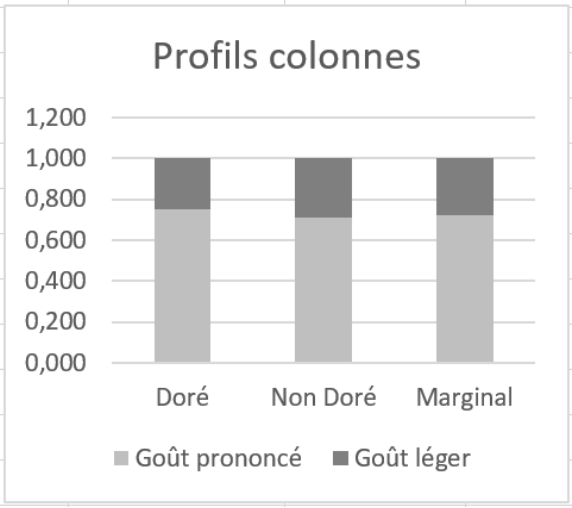
On prélève un échantillon de 500 crevettes et on note X le nombre de crevettes dorées.

1. Montrer que la loi de X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, d'avoir au moins une crevette dorée dans l'échantillon.
3. Combien de crevettes dorées peut-on espérer avoir dans un échantillon de 500 crevettes ?
4. On prélève suffisamment de crevettes pour avoir deux groupes de crevettes : des dorées et des non dorées. On les goûte pour savoir si elles ont un goût léger ou prononcé, les résultats sont reportés dans le tableau ci-dessous.

	Dorée	Non dorée
Goût léger	15	35
Goût prononcé	45	85

On souhaite utiliser le tableur pour résoudre cet exercice et on réalise la feuille suivante :

	A	B	C	D
1	tableau des effectifs			
2				
3		Dorée	Non Dorée	Total
4	Goût léger	15	35	50
5	Goût prononcé	45	85	130
6	Total	60	120	180
7				
8	Tableau des profils colonnes et marginal			
9				
10		Doré	Non Doré	Marginal
11	Goût léger	0,250	0,292	0,278
12	Goût prononcé	0,750	0,708	0,722
13	Total	1	1	1



a) Indiquer la formule entrée en B6, sachant que cette formule doit pouvoir être recopiée vers la droite.

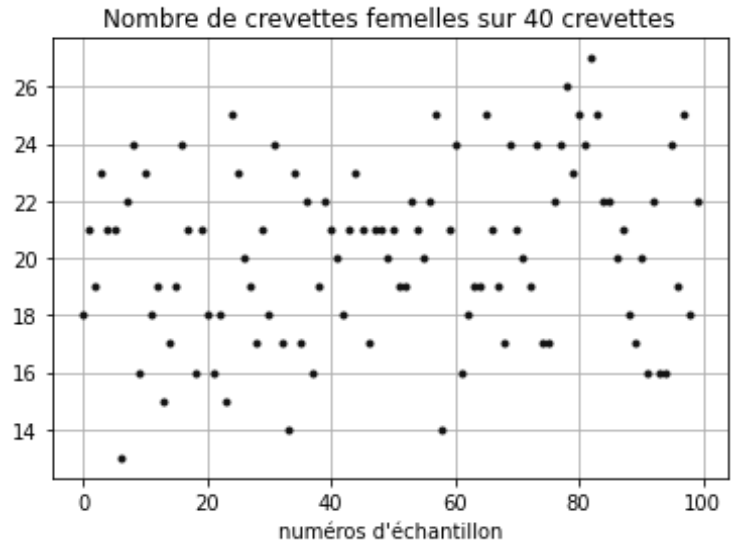
b) Indiquer la formule entrée en B11, sachant que cette formule doit pouvoir être recopiée vers la droite et vers le bas.

c) À l'aide de cette feuille de calcul, indiquer en justifiant si les deux caractères « goût » et « couleur » peuvent être considérés comme indépendants.

EXERCICE 5 (3 points)

Suite à une pollution du littoral, on souhaite vérifier s'il y a eu une conséquence sur la répartition sexuelle des crevettes. La répartition naturelle est de 50 % de mâles et 50 % de femelles.

On a effectué une simulation de 100 échantillons de 40 répétitions d'une variable aléatoire de Bernoulli de paramètre 0,5 pour simuler le nombre de crevettes femelles dans des échantillons de 40 crevettes.



1. Au vu de cette simulation, donner le pourcentage d'échantillons pour lesquels le nombre de crevettes femelles appartient à l'intervalle [15 ;25].
2. On prélève alors un échantillon de 40 crevettes sur le littoral, dans lequel on compte 16 crevettes femelles.

   Peut-on remettre en cause que la proportion de crevettes femelles est de 50 % ?

   Argumenter votre réponse.

MINISTERE DE L'AGRICULTURE

NOM :

(EN MAJUSCULES)
Prénoms :

Date de naissance :

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

EPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

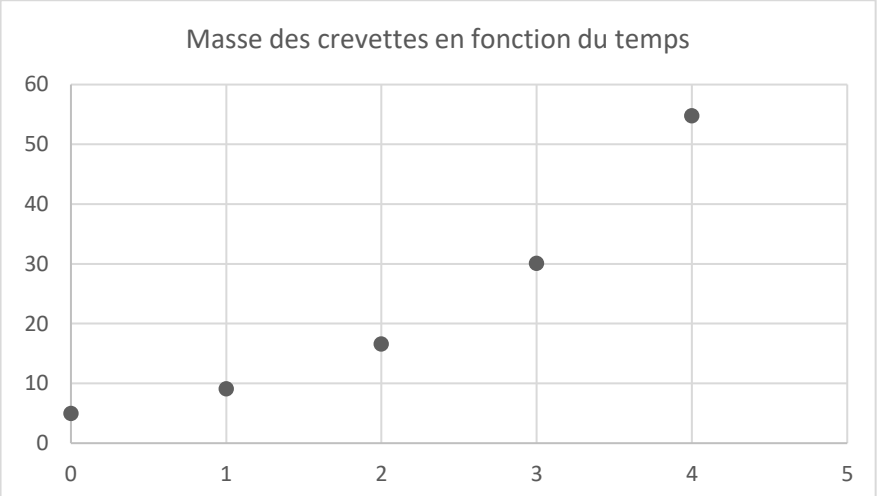
N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

ANNEXE A ***(à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)***

Exercice 2

Question 1



Exercice 2

Question 2

Dans tout l'exercice, les valeurs seront arrondies à 10^{-2} près.

T	0	1	2	3	4
M	5	9,1	16,6	30,1	54,8
$Z = \log(M)$	0,70	0,96			