REMPLACEMENT 2022
Nouvelle-Calédonie - Wallis

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
E4 CULTURE SCIENTIFIQUE ET TECHNOLOGIQUE : MATHÉMATIQUES

Toutes options

Durée : 120 minutes

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte 7 pages

Les annexes A, B et C sont à rendre avec la copie après avoir été numérotées

---

SUJET

Exercice 1 (5,5 points)

La Pyramide du Louvre est une pyramide constituée de plaques de verre (losange ou triangle). Des opposants à cette pyramide ont affirmé lors de sa construction que celle-ci était constituée de 666 plaques de verres, nombre qui, selon certains, porterait malheur.
La question traitée dans cet exercice est de savoir si ces opposants ont tort ou raison.



Dans un premier temps, on cherche à déterminer le nombre de plaques de verre sur une seule face.
Le schéma partiel d'une face de cette pyramide se trouve en **annexe A**.

On note :

→ U_1, le nombre de plaques constituant le niveau le plus haut d'une face. (Ce niveau est noté « niveau 1 » sur le dessin de **l'annexe A**.) ;

→ U_2, le nombre de plaques de la même face constituant le niveau juste en dessous. (Ce niveau est noté « niveau 2 » sur le dessin de **l'annexe A**.) ;

→ U_n, le nombre de plaques constituant le $n^{ième}$ niveau de la face,

Par convention, on posera $U_0 = 0$ et on a $U_1 = 1$ et $U_2 = 2$.

1. Compléter le schéma en **annexe A** (à rendre avec la copie après avoir été numérotée) jusqu'au niveau 5.
2. En déduire U_3 et U_4.
3. Déterminer U_{18} le nombre de plaques du niveau le plus bas, en justifiant la réponse.
4. Déterminer la nature de la suite (U_n) en précisant le premier terme et la raison.
5. En déduire que le nombre total de plaques d'une face composée de ses 18 niveaux est de 171.
6. La porte d'accès à la pyramide prend la place de 11 plaques de verres sur une des 4 faces identiques de la pyramide. Calculer alors le nombre total de plaques de la pyramide.
7. Les opposants avaient-ils raison en affirmant qu'il y a 666 plaques de verre ? Justifier votre réponse.

Exercice 2 (4 points)

Emma organise le jeu « les momies de la Pyramide », un jeu de type « escape game ». Pour le réussir, les équipes doivent résoudre toutes les énigmes posées en 1 heure au maximum. Si nécessaire, les joueurs peuvent demander des indices à Emma pour les résoudre.

En un mois, 120 équipes ont joué aux « momies de la Pyramide » :

- 1/15ème des équipes ont mis moins de 45 minutes tout en demandant moins de 10 indices.
- 45 % des équipes ont échoué et n'ont pas réussi le jeu.
- Seulement 30 équipes qui avaient demandé 10 indices ou plus ont échoué et n'ont pas réussi le jeu.
- Parmi les équipes qui ont réussi, 2 équipes sur trois ont mis plus de 45 minutes.
- 11 équipes ont réussi le jeu en plus de 45 minutes tout en demandant plus de 10 indices.

1. À partir des informations précédentes, dresser un bilan du mois, en complétant le tableau de l'**annexe A** (à rendre avec la copie après avoir été numérotée).
2. Déterminer le pourcentage d'équipes qui n'ont pas réussi le jeu, malgré les 10 indices ou plus demandés.
3. Emma organise un tirage au sort parmi les 120 équipes. Si l'équipe a réussi le jeu en moins de 45 minutes, elle offre aux membres de l'équipe deux parties gratuites. Dans les deux autres cas, une seule partie est offerte.
   Calculer la probabilité qu'elle offre deux parties gratuites. Arrondir les résultats à 10^{-2} près.

Exercice 3 (6,5 points)

À Paris se sont développés des ruchers, sur les toits des immeubles notamment. En 2015, la ville comptait 687 ruches. En 2016, on avait environ 850 ruches. Et, en 2018, 1 286 ruches. Certains experts estiment que la densité des ruches sur un territoire ne doit pas dépasser une certaine limite pour que la production de miel soit de bonne qualité et que la concurrence avec les pollinisateurs sauvages soit limitée. Le nombre de ruches à Paris, à partir de 2015, est modélisé par la fonction f définie sur $[0\,;13]$ par :

$$f(t) = 687e^{0{,}215t}$$

où t est le temps écoulé depuis 2015, en années.

1. Calculer $f(0)$.

2. Calculer le nombre de ruches présentes en 2020, à l'aide de la modélisation précédente.

3. La mairie de Paris a dénombré environ 2010 ruches en 2020. Dire, en argumentant, si la valeur trouvée à la question précédente est cohérente.

4. Compléter la représentation graphique de la fonction f dans l'**annexe B** (à rendre avec la copie après avoir été numérotée).

5. La densité maximale de ruches à Paris est fixée à 50 ruches par km². Paris a une surface de 105,4 km².

Calculer le nombre maximal de ruches que Paris devrait accueillir.

6. La mairie, avant les prochaines élections en 2026, se demande si elle doit prendre des mesures pour limiter le nombre de ruches afin de ne pas dépasser la densité recommandée.

Déterminer, par la méthode de votre choix, si ce nombre est atteint avant 2026.

Exercice 4 (4 points)

Soit les fonctions f et g, définies sur $[-3; 2]$ et C_f et C_g, leurs représentations graphiques, données en **annexe C**.

La fonction f est définie sur [-3 ;2] par $f(x) = x^2 + 3x - 2$.

Indiquer sur votre copie si les affirmations suivantes sont justes ou fausses. Justifier votre réponse. Laisser, si nécessaire, les tracés apparents.

1. L'image de 0 par la fonction g est $1{,}4$.

2. $g(x) = -5x + 7$.

3. $f'(-1{,}5) = 0$.

4. L'inéquation $f(x) \geq g(x)$ admet pour solution l'intervalle $[-3; 1]$.

Rappels :

Suites
Suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r : $u_n = u_0 + n\,r$ et $\quad u_0 + u_1 + ... + u_n = \frac{(n+1)\times(u_0 + u_n)}{2}$

MINISTERE DE L'AGRICULTURE

NOM :

(EN MAJUSCULES)

Prénoms :

Date de naissance :

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

EPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

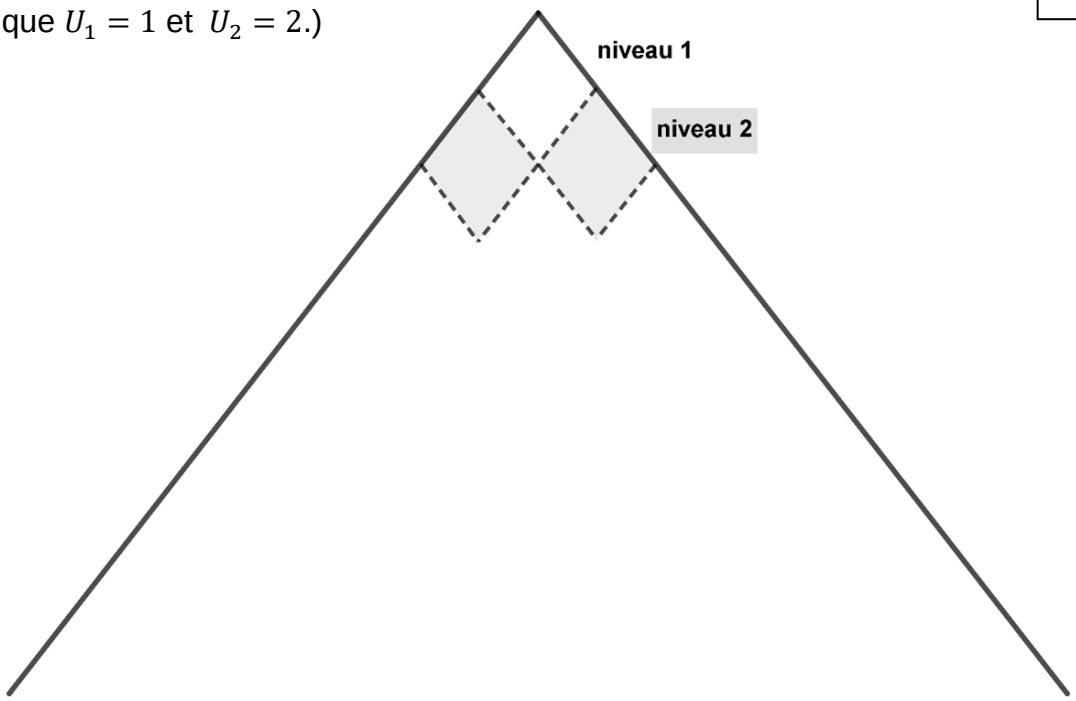
N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

ANNEXE A ***(à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)***

Exercice 1 :

(on rappelle que $U_1 = 1$ et $U_2 = 2$.)



Exercice 2 :

	Réussi en moins de 45 minutes	Réussi en 45 minutes ou plus	Non réussi	**TOTAL**
Moins de 10 indices				
10 indices ou plus				
TOTAL				120

MINISTERE DE L'AGRICULTURE

NOM :

(EN MAJUSCULES)

Prénoms :

Date de naissance :

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

EPREUVE :

Centre d'épreuve :

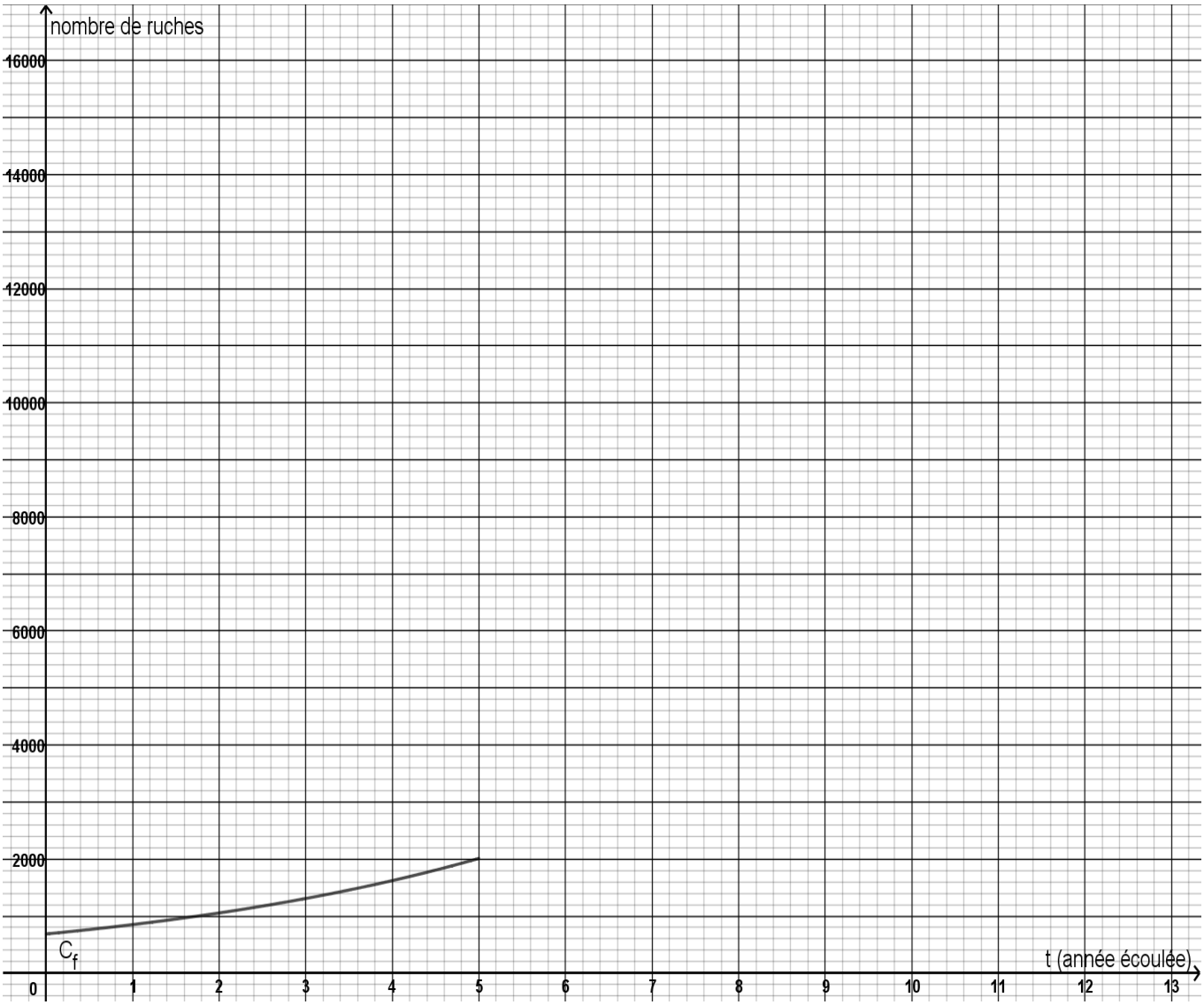
Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

<u>ANNEXE B</u> ***(à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)***

Exercice 3 :



MINISTERE DE L'AGRICULTURE

NOM :

(EN MAJUSCULES)

Prénoms :

Date de naissance :

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

EPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

ANNEXE C ***(à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)***

Exercice 4 :

